المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات – وهران

أهمية الرياضيات في دراسة كيفية لظاهرة فيزيائية

- تطبيق: دراسة حركة قذيفة

الأستاذ ن. حمدادو
nhamdadou@gmail.com

الأفكار المحورية للمحاضرة

I- مقدمة

II- تعريف الرياضيات

III- تعريف الفيزياء

IV- أهمية الرياضيات في الدراسات الفيزيائية

V- تطبيق: دراسة كيفية لحركة قذيفة

أ- حركة قذيفة عند اهمال مقاومة الهواء

ب- حركة قذيفة عند اعتبار مقاومة الهواء

ج- المنطق الرياضي الرابط بين الحالتين

VI- خاتمة

I- مقدمة

لقد تعددت العلوم والتطبيقات التي تعتمد على الرياضيات في صياغة نظرياتها وقوانينها بشكل غير قابل للحصر.

نقدم في بداية هذه المحاضرة مجموعة من الأفكار الهدف منها التذكير ببعض التعاريف وتوضيح أوجه العلاقة بين الرياضيات والفيزياء.

نخصص بقية المحاضرة لدراسة كيفية لظاهرة فيزيائية أساسية من حيث طبيعتها وتطبيقاتها وهي حركة القذيفة.

الهدف من الدراسة توضيح أهمية ودور المنطق الرياضي في استقراء واستنتاج خصائص حركة القذيفة.

II- تعريف الرياضيات

يعود أصل كلمة رياضيات «Mathématiques» الى اللغة الاغريقية " μάθημα " والتي تعني علوم أو معرفة. الرياضيات هي أقدم العلوم وأعرقها.

- ظهر الحساب Arithmétique لأول مرة عند المصريين القدماء.

- أما الهندسة Géométrie فقد عرفت عند الاغريق.

- يعتبر أبو عبد الله محمد بن موسى

الخوارزمي (778-850م) مؤسس الجبر Algèbre .

طابع بريدي أصدره الاتحاد السوفييتي عام 1983م
في الذكرى 1200 لميلاد الخوارزمي

أحدث ميلاد الرياضيات الحديثة في أوروبا ثورة حقيقية بلغت تأثيراتها كل العلوم.

ثلاث أفكار تميز الرياضيات الحديثة عن نظيرتها القديمة:

1- فكرة المتغير La variable (العدد الذي تتغير قيمته باستمرار).

2- فكرة المتناهي في الصغر L'infiniment petit.

3- فكرة الدالة La fonction.

يفسر ظهور هذه الأفكار التطور السريع الذي عرفته مختلف العلوم وخاصة الفيزياء.

III- تعريف الفيزياء

يعود أصل كلمة فيزياء «Physique» الى اللغة الاغريقية "φυσις"

والتي تعني الطبيعة.

تهتم الفيزياء بدراسة الظواهر الطبيعية وتعرّف على أنها:

"العلم الذي يلاحظ و يجمع ظواهر العالم المادي، بغرض استخراج القوانين التي تتحكم فيه" معجم الأكاديمية الفرنسية للعلوم

يمكن جمع أهم تخصصات الفيزياء في الجدول أدناه.

النظرية	التخصصات	المفاهيم
الميكانيكا التقليدية	ميكانيكا النقطة المادية ميكانيكا الجسم الصلب الميكانيكا التحليلية ميكانيكا الموائع	البعد، الفضاء، الزمن، المرجع، الطول، السرعة، الكتلة، القوة، العزم، العزم الحركي، الطاقة، الاستطاعة، التوزان.
الكهرومغناطيسية	الكهرباء والمغناطيسية معادلات ماكسويل	الشحنة، التيار، حقل كهربائي، حقل مغناطيسي.
الديناميكا الحرارية والفيزياء الإحصائية	الآلات الحرارية النظرية الحركية للغازات	الحرارة، التوازن الحراري.
ميكانيكا الكم	معادلة شرودينغر النظرية الكمية الحقول	دالة هاملتون، ثابت بلانك، الهزّاز التوافقي الكمي.
نظرية النسبية	نسبية غاليلي النسبية الخاصة النسبية العامة	مبدأ التكافؤ، المرجع فضاء-زمن، سرعة الضوء، السرعة النسبية، تحويل لورنتز.

يمكن جمع أهم تخصصات الأبحاث الحالية في الفيزياء في الجدول أدناه.

النظرية	التخصصات	المفاهيم
الميكانيكا وفيزياء النجوم	علم الفضاء، علم الكواكب، فيزياء البلازما	الثقوب السوداء، المجرة، الكوكب، النظام الشمسي، النجوم، الكون.
ميكانيكا الكم والميكانيكا الموجية	الفيزياء الذرية والجزيئية، البصريات، علم الفوتونات	الانعراج، الأمواج الكهرومغناطيسية، الليزر، الاستقطاب، التداخل.
فيزياء الجسيمات	مسرّع الجسيمات، الفيزياء النووية	التأثيرات المتبادلة، الجسيمات العنصرية، الجسيمات المضادة.
الفيزياء الإحصائية وفيزياء المادة المكثفة	الديناميكا الحرارية، فيزياء الجسم الصلب، فيزياء البوليمرات، الفيزياء الحيوية	حالات المادة، الناقلية، المغناطيسية.

IV- أهمية الرياضيات في الدراسات الفيزيائية

ان العلاقة بين الرياضيات والفيزياء شديدة التعقيد والتداخل، فهي علاقة تبادلية ومهمة، فلا بد من دراسة الرياضيات اولا قبل الشروع بدراسة الفيزياء ، والرياضيات هي لغة الفيزياء.

تعتمد الفيزياء على إيجاد حلول رياضية لتفسير الظواهر الطبيعية وصياغتها في نظريات شاملة.

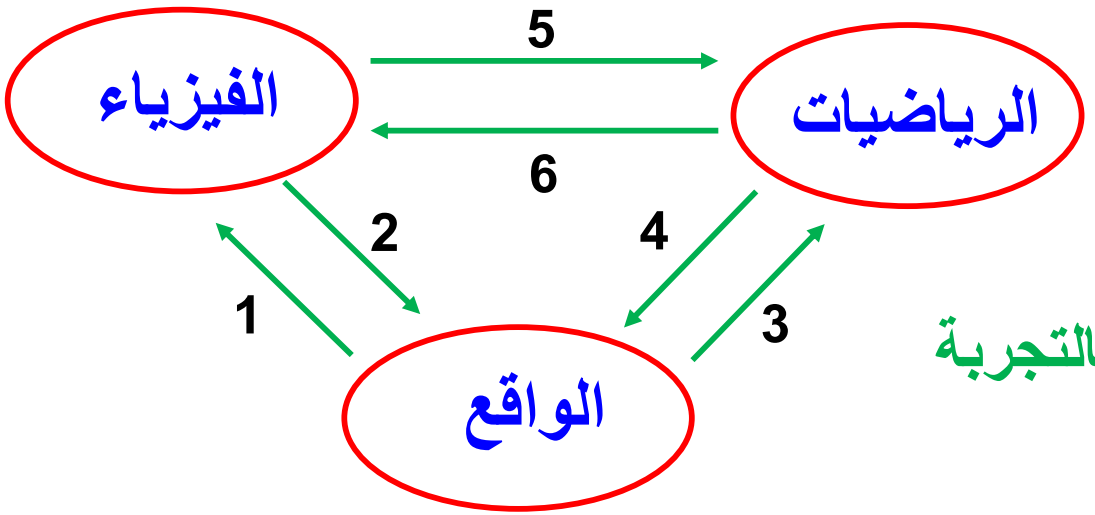
الرياضيات ليست مجرد أداة تستعمل لأغراض الحساب والتوصل إلى النتائج النهائية بل هي المصدر الرئيسي للمفاهيم والمبادئ التي تصاغ للوصول إلى نظريات جديدة في العلوم الفيزيائية، ولذا فنظرية النسبية لم تصغ إلا بعد الاستعانة بقوانين الرياضيات.

أول من استعمل العلاقات الرياضية لشرح الحركة هو أريسطو Aristote (384-322 ق م).

كانت النظريات الفيزيائية عند علماء العصور القديمة تقدم من خلال نصوص أدبية يتم من خلالها وصف الظاهرة، مثال : دراسات أبو علي الحسن بن الحسن بن الهيثم (965-1040م) لظواهر انعكاس وانكسار الضوء.

يعتبر غاليليو غاليلي Galileo Galilie (1564-1642م)، أول من أعطى للقوانين الفيزيائية شكلها الرياضي المستعمل حاليا.

لتوضيح دور الرياضيات نعتبر ثلاثية التأثير المتبادل أدناه.



1- الملاحظة والقياس

2- التنبؤ ومواجهة النظرية بالتجربة

3- مصدر الهام للنموذجة

4- عدم وجود تأثير

5- اقتراح مسائل للحل عبارة عن تحديات ومصادر الهام لنظريات رياضية جديدة

6- اقتراح مجموعة من النماذج الافتراضية لاختيار أنسبها

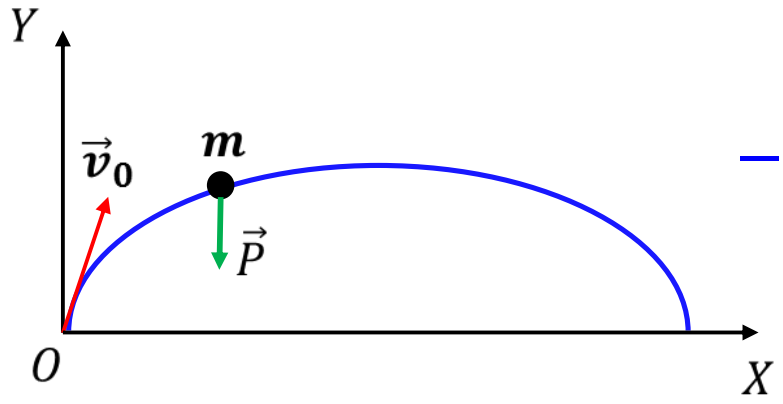
V- تطبيق: دراسة كيفية لحركة قذيفة

أ- حركة قذيفة عند اهمال مقاومة الهواء

لندرس حركة قذيفة كتلتها m ، تنطلق بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ ، تصنع زاوية θ مع المحور OX.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن (المبدأ الأساسي للتحريك $\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$)، يمكن كتابة:

$$\vec{P} = m\ \vec{a}$$



بالإسقاط وفق المعلم OXY.

$$-mg = m\,a_y$$

حيث g تسارع الجاذبية الأرضية.

نستنتج أن مركبتي شعاع التسارع : $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$ و $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$

v_x و v_y تمثلان مركبتي شعاع سرعة القذيفة، ويتم إيجاد عبارتيهما من خلال العلاقتين:

$$\int_{v_0 cos\theta}^{v_x} dv_x = \int_0^t a_x \, dt$$

$$\int_{v_0 sin\theta}^{v_y} dv_y = \int_0^t a_y \, dt = -\int_0^t g \, dt$$

بعد اجراء الحساب التكاملي، يكون:

$$v_x = v_0 \, cos\theta$$
$$v_y = -gt + v_0 \, sin\theta$$

لدينا : $v_x = \frac{dx}{dt}$ و $v_y = \frac{dy}{dt}$ ، ويمكن كتابة العلاقتين:

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_0 \cos\theta \; t \, dt$$

$$\int_0^y dy = \int_0^t (-gt + v_0 \sin\theta) \, dt$$

يسمح حساب هاذين التكاملين بإيجاد مركبتي شعاع الموضع:

$$x = v_0 \cos\theta \; t$$

$$y = -\frac{1}{2} gt^2 + v_0 \sin\theta \; t$$

- خصائص الحركة:

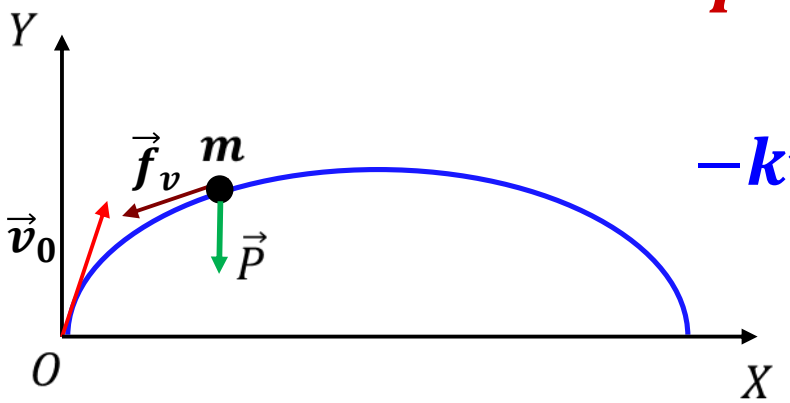
على ضوء نتائج مختلف الحسابات، يمكن القول أن حركة القذيفة نتيجة لتركيب حركتين:

- حركة مستقيمة منتظمة بسرعة ثابتة $v_0 \cos\theta$ وفق المحور OX.
- حركة متغيرة بانتظام بتسارع ثابت g وفق المحور OY.

ب- حركة قذيفة عند اعتبار مقاومة الهواء

في الواقع تتعرض القذيفة لتأثير مقاومة الهواء، وهي قوة احتكاك لزوجية: $\vec{f}_v = -k\vec{v}$.يكتب المبدأ الأساسي للتحريك في هذه الحالة وفق العلاقة:

$$\vec{P} + \vec{f}_v = m\ \vec{a}$$



بالإسقاط وفق المحور OX:

$$-kv_x = m\ a_x$$

بالإسقاط وفق المحور OY:

$$-mg - kv_y = m\ a_y$$

من آخر علاقتين، يمكن استنتاج المعادلتين التفاضليتين الآتيتين:

$$\frac{dv_x}{v_x} = -\frac{k}{m}\,dt$$

$$\frac{dv_y}{v_y + \frac{mg}{k}} = -\frac{k}{m}\,dt$$

كما يمكن كتابة التكاملين:

$$\int_{v_0 \cos\theta}^{v_x} \frac{dv_x}{v_x} = \int_0^t -\frac{k}{m}\,dt$$

$$\int_{v_0 \sin\theta}^{v_x} \frac{dv_y}{v_y + \frac{mg}{k}} = \int_0^t -\frac{k}{m}\,dt$$

يسمح حساب هذين التكاملين بإيجاد مركبتي شعاع سرعة القذيفة:

$$v_x = v_0 \cos\theta \; e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$v_y = \left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right) e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{mg}{k}$$

يتم الحصول على مركبتي شعاع التسارع باشتقاق هاتين العلاقتين بالنسبة للزمن:

$$a_x = -\frac{k}{m} v_0 \cos\theta \; e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$a_y = -\frac{k}{m}\left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right) e^{-\frac{k}{m}t}$$

بحساب تكامل نفس العلاقتين، يتم الحصول على مركبتي شعاع الموضع:

$$x = \frac{m}{k} v_0 \cos\theta \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

$$y = \frac{m}{k}\left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right)\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) - \frac{mg}{k}\, t$$

ج- المنطق الرياضي الرابط بين الحالتين

نبين في ما يلي الطريقة الرياضية التي تسمح باستنتاج خصائص حركة القذيفة في حالة اهمال مقاومة الهواء(الحالة 1) من نظيراتها في حالة الأخذ في الاعتبار مقاومة الهواء(الحالة 2) .

1- شعاع السرعة

لدينا في الحالة 2 : $v_x = v_0 \cos\theta \; e^{-\frac{k}{m}t}$، عند اهمال مقاومة الهواء يكون $k = 0$، بالتعويض في العبارة السابقة، نجد:

$$v_x = v_0 \cos\theta$$

هي نفس مركبة شعاع السرعة v_x المحصل عليها في الفقرة (أ).

وفي حالة $k = 0$ ، ينتج تعويض $v_y = \left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right) e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{mg}{k}$ ، مقدار غير معرف.

لدينا النشر المحدود للرتبة الأولى للحد $e^{-\frac{k}{m}t}$:

$$e^{-\frac{k}{m}t} = 1 - \frac{k}{m}t$$

بالتعويض في عبارة v_y يمكن كتابة :

$$v_y = \left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right)\left(1 - \frac{k}{m}t\right) - \frac{mg}{k}$$

$$v_y = v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k} - \frac{k}{m}v_0 \sin\theta\ t - g\,t\ - \frac{mg}{k}$$

بعد الاختصار ووضع $k = 0$ ، يتم الحصول على:

$$v_y = -gt + v_0\, sin\theta$$

هي نفس مركبة شعاع السرعة v_y المحصل عليها في الفقرة (أ).

2- شعاع التسارع

لدينا في الحالة 2 : $a_x = -\frac{k}{m} v_0 \cos\theta \; e^{-\frac{k}{m}t}$، عند اهمال مقاومة الهواء

يكون $k = 0$، بالتعويض في العبارة السابقة، نجد:

$$a_x = 0$$

هي نفس مركبة شعاع التسارع a_x المحصل عليها في الفقرة (أ).

وفي حالة $a_y = -\frac{k}{m}\left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right) e^{-\frac{k}{m}t}$، يمكن كتابة هذه العبارة بعد تعويض الأس بنشره المحدود للرتبة الأولى، وفق الشكل:

$$a_y = -\frac{k}{m}\left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right)\left(1 - \frac{k}{m}\, t\right)$$

لدينا النشر المحدود للرتبة الأولى للحد $e^{-\frac{k}{m}t}$:

$$e^{-\frac{k}{m}t} = 1 - \frac{k}{m}t$$

ينتج بعد التوزيع، الاختصار وتعويض $k = 0$:

$$a_y = -g$$

هي نفس مركبة شعاع التسارع a_y ، المحصل عليها في الفقرة (أ).

3- شعاع الموضع

لدينا في الحالة 2 : $x = \frac{m}{k} v_0 \cos\theta \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$، يمكن كتابة هذه العبارة بعد تعويض الأس بنشره المحدود للرتبة الأولى، وفق الشكل:

$$x = v_0 \cos\theta \, t$$

هي نفس مركبة شعاع الموضع x ، المحصل عليها في الفقرة (أ).

في حالة $y = \frac{m}{k}\left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right)\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) - \frac{mg}{k}\, t$ ، يمكن كتابة هذه العبارة بعد تعويض الأس بنشره المحدود للرتبة الأولى، يكون:

$$y = 0$$

هي نتيجة تختلف عن نظيرتها في الحالة 1، لذلك نعتبر النشر المحدود للأس للرتبة الثانية: $e^{-\frac{k}{m}t} = 1 - \frac{k}{m}t + \frac{k^2}{2m^2}t^2$

بتعويض هذا النشر في عبارة y يمكن كتابة:

$$y = \frac{m}{k}\left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right)\left(\frac{k}{m}t - \frac{k^2}{2m^2}\ t^2\right) - \frac{mg}{k}\ t$$

ينتج بعد التوزيع، الاختصار وتعويض $k = 0$:

$$y = -\frac{1}{2}\ gt^2 + v_0 \sin\theta\ t$$

هي نفس مركبة شعاع الموضع y، المحصل عليها في الفقرة (أ).

VI- خاتمة

الهدف من الدراسة توضيح أهمية ودور المنطق الرياضي (اشتقاق، تكامل ونشر محدود) في استقراء واستنتاج خصائص احدى أهم الحركات في الفيزياء وهي حركة القذيفة.

يتكرر المنطق الرياضي في كل الظواهر الفيزيائية بدرجات تعقيد وعمق متفاوتة حسب عدد العوامل الفيزيائية المؤثرة وطبيعة هذا التأثير.

ان الدور الكبير الرياضيات في الواقع، يقود الى القول أن هذا الواقع في حد ذاته عبارة عن مجموعة من المعادلات الرياضية.

الرجال أربعة:

رجل يدري ويدري أنه يدري فذلك العالم فاتبعوه

ورجل يدري ولا يدري أنه يدري فذلك الناسي فذكروه

ورجل لا يدري ويدري أنه لا يدري فذلك الجاهل فعلموه

ورجل لا يدري ولا يدري أنه لا يدري فذلك الأحمق فتجنبوه

الامام علي بن أبي طالب كرم الله وجهه

شكرا على حسن الإصغاء والمتابعة